Kantonale Fachschaft Mathematik

Repetitionsaufgaben
Zentrische Streckung/Strahlensätze/Ähnlichkeit

Zusammengestellt von der Fachschaft Mathematik der Kantonsschule Willisau

Inhaltsverzeichnis

A) Vorbemerkungen

- Falls Sie Prioritäten setzen müssen: Besonders wichtige Aufgaben sind umrahmt.
- Falls Sie das Dokument mit der Option „Tatsächliche Grösse“ ausdrucken, sind die Lösungen der Konstruktionsaufgaben im Massstab 1 : 1 abgebildet.

B) Lernziele

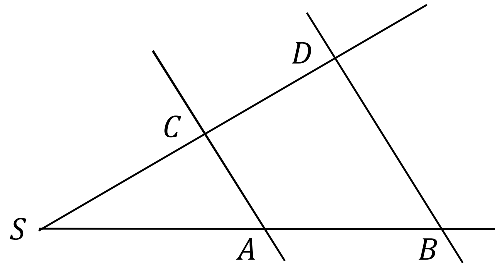
- Figuren zentrisch strecken können
- Den Begriff des Streckungsfaktors kennen und damit konstruktiv und rechnerisch umgehen können
- Den Zusammenhang zwischen Streckfaktor und Flächenveränderungen in Berechnungen ausnützen
- Den ersten und zweiten Strahlensatz formulieren und anwenden, um in Strahlensatzfiguren eine unbekannte Streckenlänge zu berechnen
- Die Strahlensätze ausnützen, um Strecken zu konstruieren, die eine vorgegebene Proportion erfüllen
- Den Begriff der Ähnlichkeit kennen und erklären können
- Gegebene Dreiecke mit den Ähnlichkeitssätzen auf Ähnlichkeit prüfen
- Die Strahlensätze in angewandten Aufgaben zur Berechnung unbekannter Streckenlängen ausnützen

C) Kurze Zusammenfassung der Theorie

- Wird eine Figur mit dem **Streckfaktor** $\boldsymbol{k} \in \mathbb{R}$ zentrisch gestreckt, so verändert sich die **Fläche** mit dem **Faktor** $\boldsymbol{k^2}$.

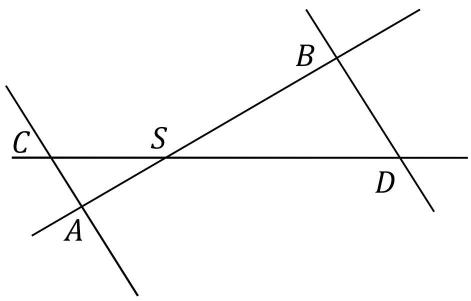
  Dies kann man sich leicht an einem Quadrat mit Seitenlänge a überlegen. Nach einer zentrischen Streckung mit $k \in \mathbb{R}$ hat das Quadrat die Seitenlänge $k \cdot a$. Die Fläche des Originals war $a \cdot a = a^2$, die Fläche des Bilds ist $(k \cdot a) \cdot (k \cdot a) = \boldsymbol{k^2} \cdot a^2$. Die Fläche wird also um den Faktor k^2 verändert.

- **1. Strahlensatz:** Werden zwei Geraden, die sich schneiden, von zwei Parallelen geschnitten, so verhalten sich beliebige Abschnitte auf der einen Geraden wie die entsprechenden Abschnitte auf der anderen Geraden.

  Wenn in den beiden Zeichnungen rechts $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ gilt, liefert der 1. Strahlensatz also zum Beispiel die folgenden beiden Gleichungen:
  $\frac{\overline{SA}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{SC}}{\overline{CD}}$ oder $\frac{\overline{SB}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{SD}}{\overline{SC}}$

- **2. Strahlensatz:** Werden zwei Geraden, die sich in S schneiden, von zwei Parallelen geschnitten, so verhalten sich die Parallelenabschnitte wie die Abschnitte der vom Scheitelpunkt S aus gemessenen Abschnitte auf einer Geraden.

  Wenn in den beiden Zeichnungen rechts $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ gilt, liefert der 2. Strahlensatz also zum Beispiel die folgenden beiden Gleichungen:
  $\frac{\overline{AC}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{SA}}{\overline{SB}}$ oder $\frac{\overline{BD}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{SD}}{\overline{SC}}$

- Zwei Figuren sind **ähnlich,** wenn die entsprechenden Streckenverhältnisse und Winkel in beiden Figuren übereinstimmen.
  Damit haben ähnliche Figuren „gleiche Form", sie können aber vergrössert oder verkleinert sein.

- Bei **Dreiecken** muss man nicht alle Streckenverhältnisse und alle Winkel überprüfen, um Ähnlichkeit nachzuweisen. Gemäss den **Ähnlichkeitssätzen** genügt die Überprüfung, ob
    - **(sss)** (Seitenverhältnisse aller Dreiecksseiten stimmen überein) oder
    - **(sws)** (Seitenverhältnisse zweier Dreiecksseiten stimmen überein, zudem übereinstimmender eingeschlossener Winkel) oder
    - **(www)** (zwei übereinstimmende Winkel, wobei aufgrund der Innenwinkelsumme von $180°$ dann sogar alle drei Winkel übereinstimmen) oder
    - **(Ssw)** (Seitenverhältnisse zweier Dreiecksseiten stimmen überein, zudem übereinstimmender Winkel, welcher der grösseren Seite gegenüberliegt)

  gilt.

Für Details konsultieren Sie bitte die Unterlagen zu Ihrem Unterricht.

Kantonale Fachschaft Mathematik

D) Aufgaben

1. Gegeben ist ein Dreieck ABC mit den Seitenlängen $a = 3\text{ cm}$, $b = 4\text{ cm}$ und $c = 5\text{ cm}$. Strecken Sie dieses Dreieck vom Punkte B aus, wenn

   a) der Streckungsfaktor $k = 2$
   b) der Streckungsfaktor $k = -\frac{3}{2}$ ist.

2. Konstruieren Sie mit Hilfe der Strahlensätze eine Strecke der Länge p, die der Proportion $a : b = c : p$ genügt.

   a) mit dem 1. Strahlensatz bei $a = 6\text{ cm}$, $b = 4\text{ cm}$ und $c = 3\text{ cm}$
   b) mit dem 2. Strahlensatz bei $a = 4.5\text{ cm}$, $b = 2.5\text{ cm}$ und $c = 6.5\text{ cm}$

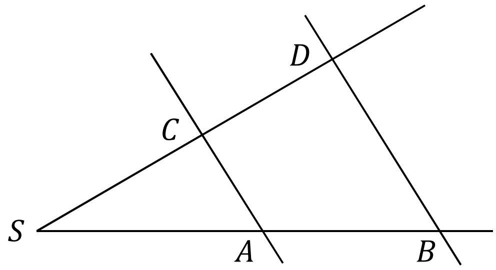
3. Ein Dreieck ABC mit den Seitenlängen $a = 5\text{ cm}$, $b = 6\text{ cm}$ und $c = 8\text{ cm}$ wird durch zentrische Streckung auf das Dreieck $A'B'C'$ abgebildet. Wie lang sind die Seiten des Bilddreiecks, wenn der Streckungsfaktor

   a) 0.4
   b) $-\frac{3}{2}$ ist?

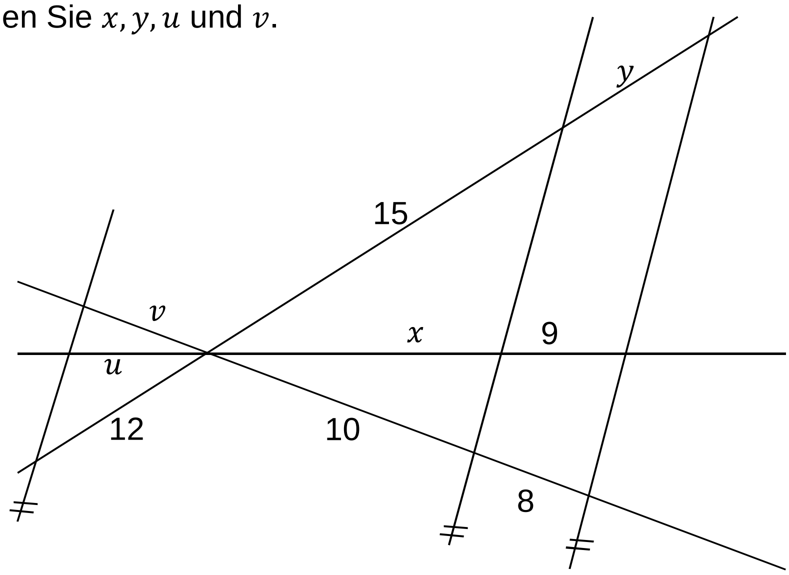
4. Ein Parallelogramm $ABCD$ mit $a = 8\text{ cm}$ und $h_a = 3\text{ cm}$ wird durch zentrische Streckung auf das Parallelogramm $A'B'C'D'$ abgebildet, dessen Flächeninhalt 54 cm^2 beträgt. Bestimmen Sie den Streckungsfaktor k.

5. Bilden Sie ein Dreieck ABC mit den Seitenlängen $a = 4\text{ cm}$, $b = 5\text{ cm}$ und $c = 6\text{ cm}$ durch zentrische Streckung ab. Z_1 ist die Ecke A, $k_1 = 2$.
   Strecken Sie das erhaltene Bilddreieck $A'B'C'$ wieder von A aus mit $k_2 = 0.25$.
   Geben Sie die Längen der Seiten des so entstandenen Bilddreiecks $A^*B^*C^*$ an.
   Ersetzen Sie diese zwei zentrischen Streckungen durch eine einzige zentrische Streckung. Wie gross ist der Streckungsfaktor k der resultierenden Streckung?

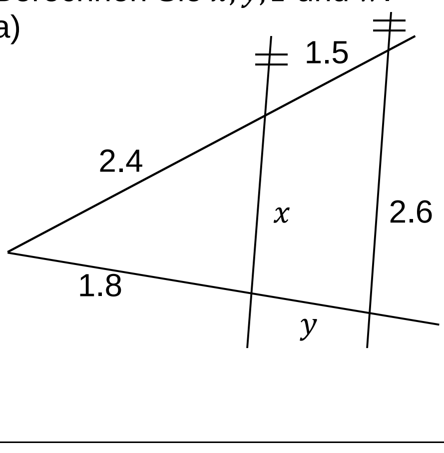
6. Bei der nebenstehenden Figur gilt $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$.
   Berechnen Sie jeweils die fehlenden Teilstücke!
   a) $\overline{SC} = 10, \overline{CD} = 5, \overline{AB} = 2.5, \overline{BD} = 9$
   b) $\overline{CD} = 5.2, \overline{SA} = 2.8, \overline{AC} = 4.2, \overline{BD} = 8.1$
   c) $\overline{SC} = 2.8, \overline{CD} = 5.6, \overline{SA} = 4.2, \overline{AC} = 5$
   d) $\overline{SC} = 4.5, \overline{AC} = 3, \overline{AB} = 2, \overline{BD} : \overline{CA} = 2 : 1$



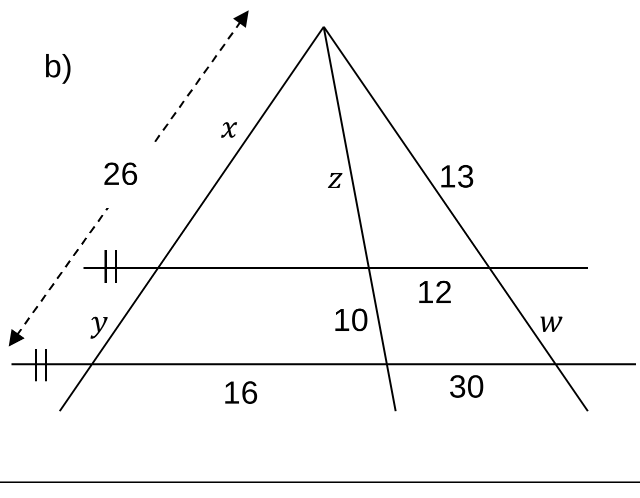
7. Berechnen Sie x, y, u und v.



8. Berechnen Sie x, y, z und w.
   a)



b)



9. Skizzieren Sie die Dreiecke ABC und $A'B'C'$.
Zeichnen Sie die gegebenen Grössen mit Farbe ein.
Entscheiden Sie nun, ob die beiden Dreiecke ähnlich sind. Begründen Sie Ihre Entscheidung!

a) $a = 4.5\text{ cm},\ b = 1.5\text{ cm},\ \gamma = 40°;\quad a' = 9\text{ cm},\ b' = 3\text{ cm},\ \gamma' = 40°$

b) $c = 6\text{ cm},\ b = 9\text{ cm},\ \alpha = 73°;\quad c' = 4\text{ cm},\ b' = 6\text{ cm},\ \alpha' = 73°$

c) $a = 4\text{ cm},\ b = 2.6\text{ cm},\ \gamma = 40°;\quad a' = 4\text{ cm},\ b' = 6.5\text{ cm},\ \gamma' = 40°$

d) $a = 7.5\text{ cm},\ b = 5\text{ cm},\ \gamma = 95°;\quad b' = 4.5\text{ cm},\ c' = 3\ cm,\ \alpha' = 95°$

e) $\alpha = 45°,\quad \beta = 45°;\quad \gamma' = 100°$

f) $\alpha = 30°,\quad \beta = 30°;\quad \alpha' = 30°,\ \beta' = 120°$

g) $a = 2b = 4c;\quad a' = 8\text{ m},\ b' = 4\text{ m},\ c' = 2\text{ m}$

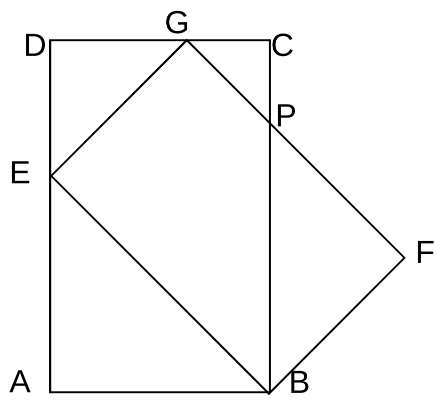
h) $a = b = c = a' = b' = c'$

i) $a = a',\ b = b'$

j) $a = a',\ b = b',\ \alpha = \alpha'$

k) $a = a',\quad b = b',\quad \gamma = \gamma'$

10. $ABCD$ und $EBFG$ sind Rechtecke.
Entscheiden und begründen Sie, welche der vier Dreiecke zueinander ähnlich sind.



11. Zeichnen Sie im kartesischen Koordinatensystem das Dreieck $A(2/0)$, $B(0/2)$, $C(3/3)$ sowie die Punkte $A'(8/4)$ und $B'(13/4)$. (1 Einheit = 2 Häuschen)

a) Konstruieren Sie C' so, dass ABC und $A'B'C'$ ähnliche Dreiecke sind.

b) Berechnen Sie mit Pythagoras den Umfang von ABC und mit der Ähnlichkeit denjenigen von $A'B'C'$.

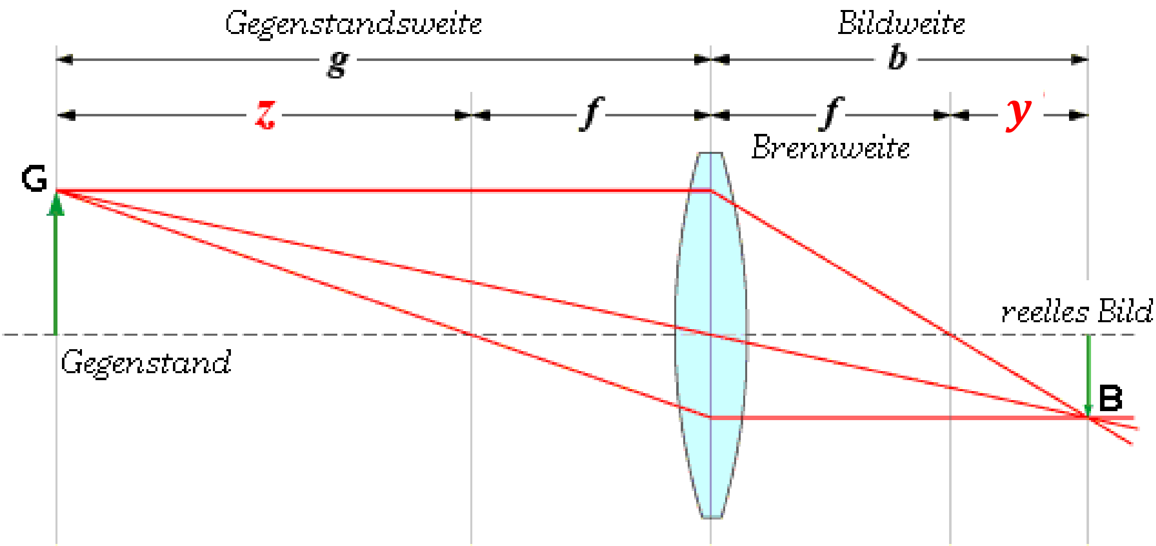
c) Berechnen Sie den Flächeninhalt von $A'B'C'$.

12. Herr Wohlgemuth hat in der Vorweihnachtszeit auf dem Tisch seines Wohnzimmers eine Kerze entzündet. Um die passende Stimmung zu erzeugen, ist die Kerze die einzige Lichtquelle im Raum. Eine Vase mit vernachlässigbarer Länge und Breite ist $18\ \mathrm{cm}$ hoch und steht $22\ \mathrm{cm}$ neben der Kerze. Die Kerze wirft einen vollständigen Schatten der Vase auf die Wand, welche 2.2 Meter von der Vase entfernt ist. Wie hoch ist der Schatten der Vase auf der Wand?

13. Der Mond hat einen Durchmesser von $3476\ \mathrm{km}$. Stellt man nun ein Einrappenstück (mit Durchmesser $16\ \mathrm{mm}$) $170\ \mathrm{cm}$ vom Auge entfernt zwischen Auge und Mond, so wird der Mond durch das Einrappenstück gerade vollständig verdeckt. Wie weit vom Auge entfernt befindet sich der Mond?

14. In der Astronomie existiert für riesige Distanzen die Längeneinheit Parsec.
Ein Parsec ist diejenige Distanz, aus der die Strecke Erde–Sonne (rund 150 Millionen Kilometer) so klein scheint, dass sie durch ein Objekt von $0.01\ \mathrm{mm}$ Länge, welches sich $2\ \mathrm{m}$ vom Auge entfernt befindet, gerade vollständig verdeckt werden könnte. Wie viele Meter sind also ein Parsec?

15. Linsengleichung in der Optik



Sammellinse (Quelle: http://de.wikipedia.org/wiki/Linsengleichung, 12.12.2012)

a) Vervollständigen Sie: $\frac{B}{G} = \frac{?}{g}$

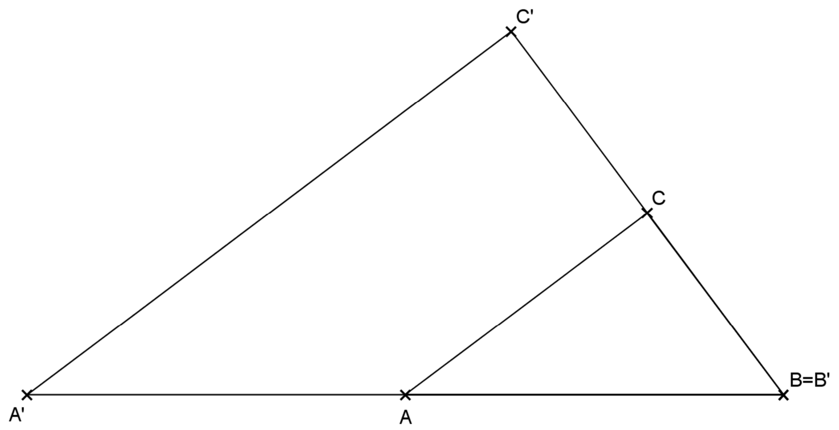
b) Vervollständigen Sie: $\frac{B}{?} = \frac{b-f}{f}$

c) Aus a) und b) folgt: $\frac{b}{g} = \frac{?}{f} - 1$

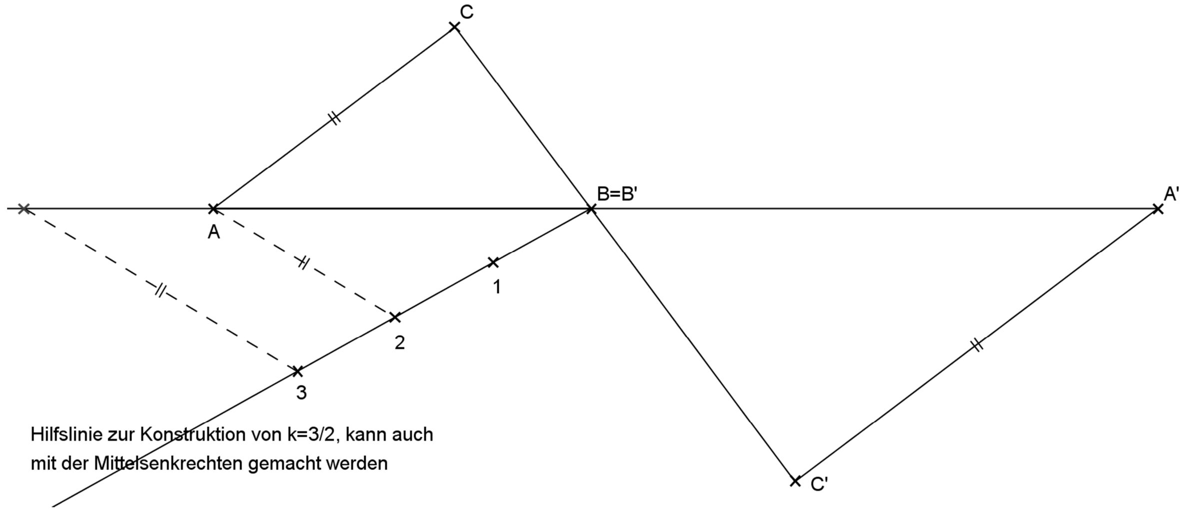
d) Wenn Sie die Gleichung aus c) durch b dividieren, erhalten Sie die Linsengleichung. Wie lautet sie also?

E) Musterlösungen

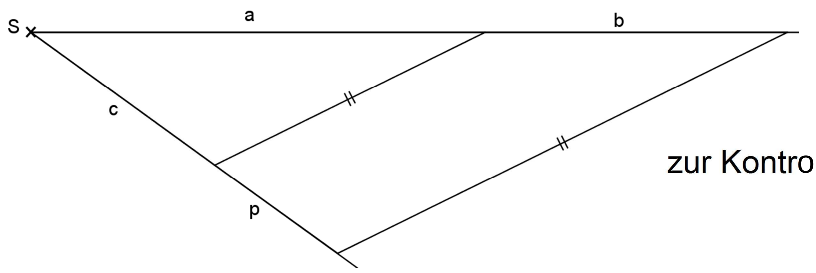
1. a)



b)

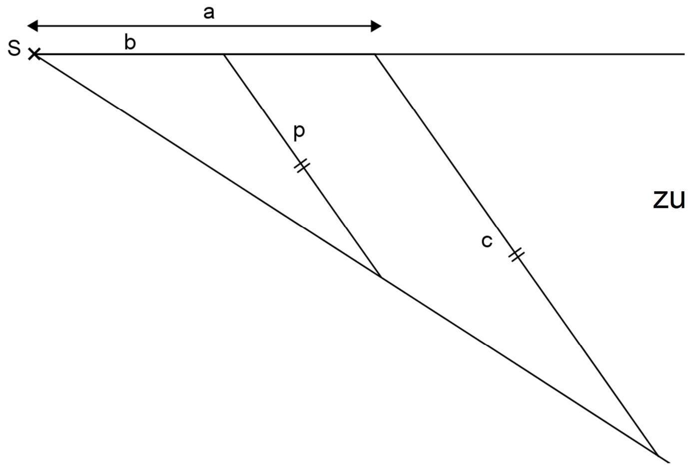


2. a)



zur Kontrolle: $p = 2 \text{ cm}$

b)



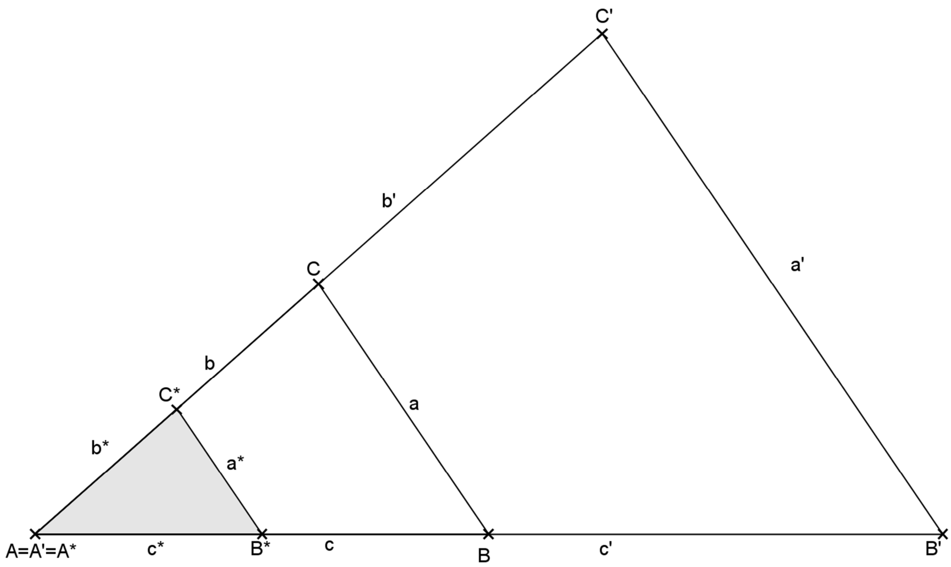
zur Kontrolle: $p = \frac{65}{18} \approx 3.61 \text{ cm}$

3. a) $a' : a = 2 : 5 \Rightarrow a' : 5 \text{ cm} = 2 : 5 \Rightarrow \boldsymbol{a' = 2 \text{ cm}}$
$b' : b = 2 : 5 \Rightarrow b' : 6 \text{ cm} = 2 : 5 \Rightarrow \boldsymbol{b' = 2.4 \text{ cm}}$
$c' : c = 2 : 5 \Rightarrow c' : 8 \text{ cm} = 2 : 5 \Rightarrow \boldsymbol{c' = 3.2 \text{ cm}}$

b) $a' : a = 3 : 2 \Rightarrow a' : 5 \text{ cm} = 3 : 2 \Rightarrow \boldsymbol{a' = 7.5 \text{ cm}}$
$b' : b = 3 : 2 \Rightarrow b' : 6 \text{ cm} = 3 : 2 \Rightarrow \boldsymbol{b' = 9 \text{ cm}}$
$c' : c = 3 : 2 \Rightarrow c' : 8 \text{ cm} = 3 : 2 \Rightarrow \boldsymbol{c' = 12 \text{ cm}}$

4. $A_{ABCD} = 8 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 24 \text{ cm}^2$ und $A_{A'B'C'D'} = 54 \text{ cm}^2$
das heisst: $A_{A'B'C'D'} : A_{ABCD} = 54 : 24 = 9 : 4 \Rightarrow k^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \boldsymbol{k} = \pm \boldsymbol{\frac{3}{2}}$

5.



$a' = a \cdot 2 = 8 \text{ cm} \Rightarrow \boldsymbol{a^*} = a' \cdot 0.25 = \boldsymbol{2 \text{ cm}}$
$b' = b \cdot 2 = 10 \text{ cm} \Rightarrow \boldsymbol{b^*} = b' \cdot 0.25 = \boldsymbol{2.5 \text{ cm}}$
$c' = c \cdot 2 = 12 \text{ cm} \Rightarrow \boldsymbol{c^*} = c' \cdot 0.25 = \boldsymbol{3 \text{ cm}}$

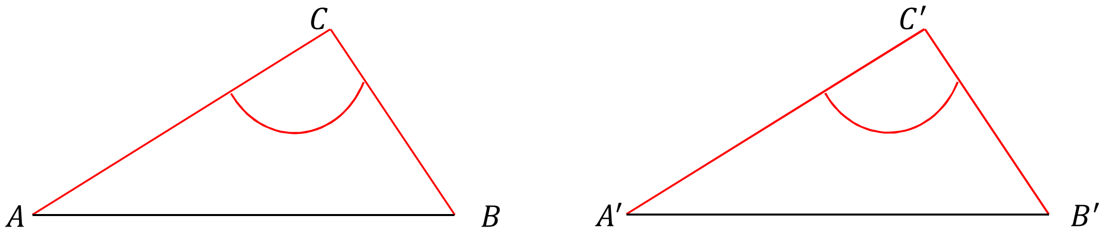
$\boldsymbol{k} = k_1 \cdot k_2 = \boldsymbol{\frac{1}{2}}$

6. a) Wegen dem 1. Strahlensatz verhalten sich die Abschnitte auf dem einen Schenkel wie die Abschnitte auf dem anderen. Somit gilt: $\frac{\overline{SA}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{SC}}{\overline{CD}} \Longrightarrow \frac{\overline{SA}}{2.5} = \frac{10}{5} \Longrightarrow \overline{SA} = 5$
Wegen dem 2. Strahlensatz verhalten sich die Abschnitte auf den Parallelen wie die zugehörigen Abschnitte auf einem Schenkel, wenn man vom Scheitelpunkt S aus misst.
Somit gilt: $\frac{\overline{AC}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{SC}}{\overline{SD}} \Longrightarrow \frac{\overline{AC}}{9} = \frac{10}{10+5} \Longrightarrow \overline{AC} = 6$
b) 2. Strahlensatz: $\frac{\overline{AC}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{SC}}{\overline{SD}} \Longrightarrow \frac{4.2}{8.1} = \frac{\overline{SC}}{\overline{SC}+5.2} \Longrightarrow 4.2 \cdot (\overline{SC} + 5.2) = 8.1 \cdot \overline{SC}$
$\Longrightarrow 21.84 = 3.9 \cdot \overline{SC} \Longrightarrow \overline{SC} = 5.6$
1. Strahlensatz: $\frac{\overline{SA}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{SC}}{\overline{CD}} \Longrightarrow \frac{2.8}{\overline{AB}} = \frac{5.6}{5.2} \Longrightarrow \overline{AB} = 2.6$
c) 1. Strahlensatz: $\frac{\overline{SA}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{SC}}{\overline{CD}} \Longrightarrow \frac{4.2}{\overline{AB}} = \frac{2.8}{5.6} \Longrightarrow \overline{AB} = 8.4$
2. Strahlensatz: $\frac{\overline{AC}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{SC}}{\overline{SD}} \Longrightarrow \frac{5}{\overline{BD}} = \frac{2.8}{2.8+5.6} \Longrightarrow \overline{BD} = 15$
d) $\overline{BD} : \overline{CA} = 2 : 1$ und $\overline{AC} = 3 \Rightarrow \overline{BD} = 6$
2. Strahlensatz: $\frac{\overline{AC}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{SC}}{\overline{SD}} \Longrightarrow \frac{3}{6} = \frac{4.5}{4.5+\overline{CD}} \Longrightarrow 3 \cdot (4.5 + \overline{CD}) = 6 \cdot 4.5 \Longrightarrow \overline{CD} = 4.5$
1. Strahlensatz: $\frac{\overline{SA}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{SC}}{\overline{CD}} \Longrightarrow \frac{\overline{SA}}{2} = \frac{4.5}{4.5} \Longrightarrow \overline{SA} = 2$

7. 1. Strahlensatz: $\frac{x}{9} = \frac{10}{8} \Longrightarrow x = 11.25$
1. Strahlensatz: $\frac{y}{15} = \frac{8}{10} \Longrightarrow y = 12$
1. Strahlensatz (gilt auch, wenn die beiden Abschnitte auf verschiedenen Seiten des Scheitelpunkts liegen): $\frac{v}{10} = \frac{12}{15} \Longrightarrow v = 8$
1. Strahlensatz: $\frac{u}{x} = \frac{12}{15} \Longrightarrow \frac{u}{11.25} = \frac{12}{15} \Longrightarrow u = 9$

8. a) 1. Strahlensatz: $\frac{y}{1.8} = \frac{1.5}{2.4} \Longrightarrow y = 1.125$
2. Strahlensatz: $\frac{x}{2.6} = \frac{2.4}{2.4+1.5} \Longrightarrow x = 1.6$
b) 2. Strahlensatz: $\frac{12}{30} = \frac{13}{13+w} \Longrightarrow 12 \cdot (13 + w) = 30 \cdot 13 \Longrightarrow w = 19.5$
1. Strahlensatz: $\frac{z}{10} = \frac{13}{w} \Longrightarrow \frac{z}{10} = \frac{13}{19.5} \Longrightarrow z = \frac{20}{3} (= 6.\overline{6})$
1. Strahlensatz unter Ausnützen der Gleichheit $x + y = 26$ liefert: $\frac{x}{y} = \frac{z}{10} \Longrightarrow \frac{x}{26-x} = \frac{\frac{20}{3}}{10} \Longrightarrow$
$10 \cdot x = \frac{20}{3} \cdot (26 - x) \Longrightarrow x = 10.4$
$y = 26 - x = 26 - 10.4 = 15.6$
Lösungsalternative für b), sobald man w hat:
Es handelt sich um eine zentrische Streckung mit Streckungsfaktor $k = \frac{w+13}{w} = \frac{32.5}{13} = 2.5$, welche die obere Gerade auf die untere abbildet.
Also rechnen wir damit:
$\frac{z+10}{z} = 2.5 \Longrightarrow z = \frac{20}{3}$
$\frac{x+y}{x} = 2.5 \Longrightarrow \frac{26}{x} = 2.5 \Longrightarrow x = 10.4 \Longrightarrow y = 15.6$

9. a)



$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} \wedge \gamma = \gamma' \quad \Longrightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ (sws)

b) $\frac{c}{b} = \frac{c'}{b'} \wedge \alpha = \alpha' \quad \Longrightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ (sws)

c) $\frac{a}{b} \neq \frac{a'}{b'} \wedge \frac{b}{a} \neq \frac{a'}{b'} \quad \Longrightarrow \Delta ABC \nsim \Delta A'B'C'$ (sws)

d) $\frac{a}{b} = \frac{b'}{c'} \wedge \gamma = \alpha' \quad \Longrightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ (sws)

e) $\gamma = 90' \neq \gamma' \quad \Longrightarrow \Delta ABC \nsim \Delta A'B'C'$ (www)

f) $\alpha = \alpha' \wedge \beta = \gamma' \wedge \beta' = \gamma \quad \Longrightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ (www)

g) $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} \wedge \frac{a}{c} = \frac{a'}{c'} \wedge \frac{c}{b} = \frac{c'}{b'} \quad \Longrightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ (sss)

h) $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C' \quad \Longrightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ (sss)

i) Im Allgemeinen nicht ähnlich. (zu wenig Angaben)

j) Im Allgemeinen nicht ähnlich.
Falls $a > b$, folgt Kongruenz und damit Ähnlichkeit. (Ssw)

k) $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C' \quad \Longrightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ (sws)

10. Alle Dreiecke sind zueinander ähnlich!

$\measuredangle(CPG) = \measuredangle(BPF)$ (Scheitelwinkel)
$\measuredangle(FBP) = \measuredangle(PGC)$ (Innenwinkelsumme)
$\Longrightarrow \Delta BFP \sim \Delta PCG$ (www)

$\measuredangle(AEB) = \measuredangle(BPF)$ (Wechselwinkel)
$\measuredangle(EBA) = \measuredangle(FBP)$ (Innenwinkelsumme)
$\Longrightarrow \Delta BFP \sim \Delta ABE$ (www)

$\measuredangle(GED) = \measuredangle(EBA)$ (gestreckter Winkel)
$\measuredangle(DGE) = \measuredangle(AEB)$ (Innenwinkelsumme)
$\Longrightarrow \Delta DEG \sim \Delta ABE$ (www)

11. a) zum Beispiel:
i) $A' \in g \wedge \measuredangle(A'B', g) = \alpha$
ii) $B' \in h \wedge \measuredangle(h, A'B') = \beta (= \alpha)$
iii) $C' \in h \cap g$

b) $\overline{AB} = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$
$\overline{BC} = \overline{AC} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$
$\boldsymbol{u} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{10} = \mathbf{2}\left(\sqrt{\mathbf{2}} + \sqrt{\mathbf{10}}\right) \approx \mathbf{9.15}$
$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{5}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \boldsymbol{u'} = \frac{5}{2\sqrt{2}} \cdot u = \frac{5}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{2} + \sqrt{10}\right) = \mathbf{5}\left(\mathbf{1} + \sqrt{\mathbf{5}}\right) \approx \mathbf{16.18}$

c) $h = \sqrt{\overline{BC}^2 - \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2} = \sqrt{10-2} = 2\sqrt{2}$
$h' = \frac{5}{2\sqrt{2}} h = 5$
$\boldsymbol{A'} = \frac{5 \cdot h'}{2} = \mathbf{12.5}$

12. Seien d die Distanz zwischen Vase und Kerze, s die Distanz zwischen Vase und Wand, G die Höhe der Vase und x die Höhe des Schattens auf der Wand, so gilt mittels 2. Strahlensatzes:
$\frac{x}{G} = \frac{s+d}{d}$ und somit: $x = \frac{s+d}{d} \cdot G = \frac{242}{22} \cdot 18 \text{ cm} = 198 \text{ cm}$

13. Seien a die Distanz zwischen Auge und Einrappenstück, x die Distanz zwischen Auge und Mond, M der Durchmesser des Mondes und D der Durchmesser des Einrappenstücks, so gilt mittels 2. Strahlensatzes:
$\frac{x}{a} = \frac{M}{D}$ und somit: $x = \frac{M}{D} \cdot a = \frac{a}{D} \cdot M = \frac{1700}{16} \cdot 3476 \text{ km} \approx 370\,000 \text{ km}$

14. Seien d die Distanz zwischen Auge und Objekt, x die Distanz zwischen Auge und Strecke Erde–Sonne (das Parsec), l die Länge des Objekts und s die Strecke Erde–Sonne, so gilt mittels 2. Strahlensatzes:
$\frac{x}{s} = \frac{d}{l}$, also: $x = \frac{d}{l} \cdot s = \frac{2000}{0.01} \cdot 150\,000\,000\,000 \text{ m} = 30\,000\,000\,000\,000\,000 \text{ m} = 3 \cdot 10^{16} \text{ m}$

15. a) 2. Strahlensatz: $\frac{B}{G} = \frac{b}{g}$

b) 2. Strahlensatz: $\frac{B}{G} = \frac{b-f}{f}$

c) $\frac{b}{g} = \frac{b-f}{f} = \frac{b}{f} - 1$

d) $\frac{1}{g} = \frac{1}{f} - \frac{1}{b}$